Capítulo 4

Redes Ambiente-Relacionamento Temporizadas (TERN)

As TERN são uma extensão das redes ambiente-relacionamento, em que se introduz o conceito de tempo. Assim, antes de examinar as TERN é preciso entender o que são, e como funcionam, as redes ambiente-relacionamento (ERN).

4.1 Redes ambiente-relacionamento

São redes que permitem maior flexibilidade na modelagem de sistemas, incluíndo aspectos funcionais e temporais. Seu funcionamento é baseado nos conceitos de ambiente (*tokens* que podem ser diferenciados entre si), ações e uma noção ampliada de transições. Mais precisamente temos:

- **Ambientes:** permitem modelar o estado de diferentes entidades. São representados como mapeamentos de um conjunto de variáveis aos seus valores. Dado um conjunto VAR de identificadores e um conjunto VAL de valores, o conjunto ENV de ambientes possíveis é definido como o conjunto de todas as funções parciais de VAR em VAL:

  $$ENV(def) = VAR \nrightarrow VAL$$

- **Ações:** definem mudanças no sistema através dos ambientes. Como as entidades de um ambiente podem ser diferenciadas entre si, é possível definir ações específicas para cada entidade. Para uma dada transição as ações são fixadas de acordo com as funcionalidades desejadas. Uma ação α é representada como uma relação de ENV^k em ENV^h:

  $$\alpha \in ENV^k \leftrightarrow ENV^h$$

Para ações determinísticas essa relação se torna uma função parcial:

$$\alpha \in ENV^k \nrightarrow ENV^h$$

Dada uma ação α pode-se definir seu domínio e imagem como:

$$preenv = dom_\alpha \qquad \text{(são os ambientes de entrada)}$$
$$postenv = ran_\alpha \qquad \text{(são os ambientes de saída)}$$

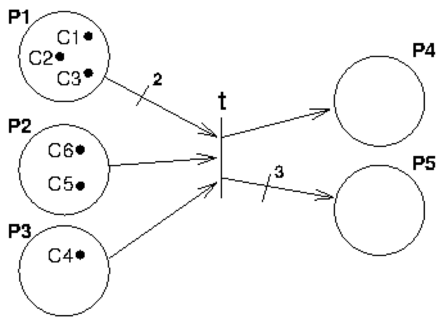
- **Transições em ERN:** Uma transição necessita identificar quais marcas serão envolvidas em seu disparo, o que significa identificar entidades em seus ambientes de entrada e saída. Assim, uma transição em ERN passa a ser uma tupla dada por:

  $$t_{ext} = (k, h, preset, postset, \alpha, preenv, postenv),$$

  onde k e h são a "aridade" de preset e postset, que são respectivamente os conjuntos dos lugares de entrada e saída da transição.

Exemplo

Considere a seguinte rede ERN:



Para ela temos:

$preset_t : (P_1, P_1, P_2, P_3)$ k=4
$postset_t : (P_4, P_5, P_5, P_5)$ h=4

Dois possíveis valores para o *preenv* são:

$preenv_1 : (c_1, c_3, c_5, c_4)$, $preenv_2 : (c_1, c_3, c_6, c_4)$

Um possível valor de postenv seria:
$postenv_i : (c_7, c_8, c_9, c_{10})$, com c_7 em P_4 e c_8, c_9 e c_{10} em P_5

4.1.1 Formalização de ERN

Uma ERN é definida pela tupla:

$$ERN = (P, T, T_{ERN}, VAR, VAL, ENV, M_{ERN})$$

Nela P e T são os lugares e transições como originalmente definidos numa rede de Petri. Já o conjunto de transições extendidas T_{ERN} pode ser definido como o conjunto de tuplas dado por:

$$T_{ERN} = \{(k_t, h_t, preset_t, postset_t, \alpha_t, preenv_t, postenv_t \mid t \in T\}$$

Além disso, M_{ERN} é a função de marcação obtida pela troca de marcas por ambientes, o que permite diferenciar os componentes de uma marcação. Com isso, M_{ERN} é uma relação na forma:

$$M_{ERN} : \quad P \leftrightarrow ENV$$

4.1.2 Manipulação da relação de marcação

Para manipular a relação dada pela marcação M_{ERN} é necessário definir operadores sobre ambientes. Esses operadores fazem o acréscimo ou remoção de conjuntos de ambientes, sendo aplicados sobre a parte de uma marcação relacionada com uma dada transição. Assim, para uma transição podemos determinar uma tupla de lugares (*p-tupla*) para os quais se define uma marcação, $M_{ERN}\langle\!|p\text{-}tupla|\!\rangle$, definida pela seguinte relação algébrica:

$$M_{ERN}\langle\!|p\text{-}tupla|\!\rangle \stackrel{def}{=} (M_{ERN}(\!|\{p_1\}|\!)) \times (M_{ERN}(\!|\{p_2\}|\!)) \times ... \times (M_{ERN}(\!|\{p_k\}|\!)),$$

onde $p\text{-}tupla = (p_1, p_1, ..., p_k)$, e $M_{ERN}(\!|\{p_i\}|\!)$ é a imagem da marcação para $\{p_i\}$.

Assim definem-se os operadores $\setminus\!\!\setminus$ e $+\!\!+$ para realizar, respectivamente, a remoção e geração de ambientes da seguinte forma:

$$M_{ERN} \setminus\!\!\setminus e\text{-}tupla \stackrel{def}{=} M_{ERN} \ - \ \{(p_1, e_1), (p_2, e_2), ..., (p_k, e_k)\}$$
$$M_{ERN} +\!\!+ \ e\text{-}tupla \stackrel{def}{=} M_{ERN} \cup \{(p_1, e_1), (p_2, e_2), ..., (p_k, e_k)\}$$

onde $e\text{-}tupla = (e_1, e_2, ..., e_k)$

Nesse caso deve ser percebido que para uma dada transição o conjunto *e-tupla* pode ser visto como o preset da transição, no caso do operador $\setminus\!\!\setminus$, ou como o postset para o operador $+\!\!+$.

4.1.3 Modelo de execução

Uma transição t está habilitada para uma marcação M_{ERN} se e somente se ou seu preset for vazio ou existem ambientes no preset na forma necessária ao preenv da ação associada a t. Isso é definido pelo predicado $enabled(t, M_{ERN})$ na forma:

$$enabled(t, M_{ERN}) \overset{def}{\Leftrightarrow} preset_t = NULL \vee (preenv_t \cap M_{ERN}\langle\!|preset_t|\!\rangle \neq \varnothing)$$

O disparo de uma transição t é uma tupla dada por:

$(enab,\ t,\ prod)$, em que

$$\begin{array}{rcl} enab & \in & (preenv_t \cap M_{ERN}\langle\!|preset_t|\!\rangle) \\ (enab, prod) & \in & \alpha_t \end{array}$$

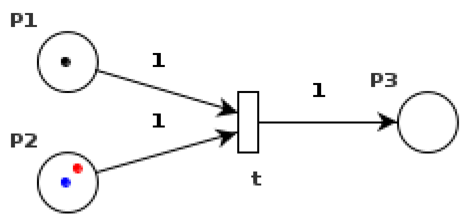
Isso leva aos seguintes predicados para identificar os atores do disparo de uma transição:

transition ((enab,t,prod)) = t
pre-tuple ((enab,t,prod)) = enab
post-tuple ((enab,t,prod)) = prod

Como em PN o disparo de t é instântaneo, temos as seguintes possibilidades de marcação após sua ocorrência:

$$\begin{array}{ll} M'_{ERN} = (M_{ERN} \setminus\!\setminus enab) \mathbin{+\!+}\ prod & \text{se } preset_t \neq NULL \wedge postset_t \neq NULL \\ M'_{ERN} = (M_{ERN} \setminus\!\setminus enab) & \text{se } preset_t \neq NULL \wedge postset_t = NULL \\ M'_{ERN} = (M_{ERN} \mathbin{+\!+}\ prod & \text{se } preset_t = NULL \wedge postset_t \neq NULL \end{array}$$

Exemplo: Considere a seguinte rede ERN



Temos então que $T = \{t\}$ e $P = \{p_1, p_2, p_3\}$. Além disso:

$VAR = \{a, b\}$
$VAL = \{0, 1, 2\}$

O conjunto ENV para essa rede pode ser determinado a partir da enumeração de todas as relações possíveis de VAR em VAL, o que resulta em:

$$\begin{array}{rl} ENV = & \{\varnothing, \{(a,0)\}, \{(a,1)\}, \{(a,2)\}, \{(b,0)\}, \{(b,1)\}, \{(b,2)\}, \\ & \{(a,0),(b,0)\}, \{(a,0),(b,1)\}, \{(a,0),(b,2)\}, \\ & \{(a,1),(b,0)\}, \{(a,1),(b,1)\}, \{(a,1),(b,2)\}, \\ & \{(a,2),(b,0)\}, \{(a,2),(b,1)\}, \{(a,2),(b,2)\}\} \end{array}$$

Para essa transição podemos considerar uma ação α_t, definida por:

$$\begin{array}{l} \alpha_t = \{((e_{1,2}), e_3) \mid \{e_1, e_2, e_3\} \subseteq ENV \ \wedge\ e_1(a) = e_2(a) \ \wedge\ e_1(b) < e_2(b) \ \wedge \\ \qquad e_1(a) = e_3(a) \ \wedge\ e_1(b) + e_2(b) \leq 2 \Rightarrow e_1(b) \leq e_3(b) \leq e_1(b) + e_2(b)\} \end{array}$$

Partindo de α_t e ENV podemos enumerar todos os elementos possíveis em $preenv_t$, o que resulta em:

$$\begin{aligned}
preenv_t = \; & dom\ \alpha_t \\
= \; & \{(\{(a,0),(b,0)\},\{(a,0),(b,1)\}),(\{(a,0),(b,0)\},\{(a,0),(b,2)\}), \\
& (\{(a,0),(b,1)\},\{(a,0),(b,2)\}),(\{(a,1),(b,0)\},\{(a,1),(b,1)\}), \\
& (\{(a,1),(b,0)\},\{(a,1),(b,2)\}),(\{(a,1),(b,1)\},\{(a,1),(b,2)\}), \\
& (\{(a,2),(b,0)\},\{(a,2),(b,1)\}),(\{(a,2),(b,0)\},\{(a,2),(b,2)\}), \\
& (\{(a,2),(b,1)\},\{(a,2),(b,2)\}),
\end{aligned}$$

O conjunto $postenv_t$ pode ser definido da mesma forma, porém não o faremos aqui.

Considerando agora a rede dada, temos que a sua marcação M_{ERN} será dada por:

$$M_{ERN} = \{(p_1, c_1), (p_2, c_2), (p_2, c_3)\}$$

Assim, se tivermos

$$\begin{aligned}
c_1 &= \{(a,0),(b,1)\} \\
c_2 &= \{(a,0),(b,2)\} \\
c_3 &= \{(a,0),(b,1)\}
\end{aligned}$$

As tuplas de ambientes no $preset_t$ levam a:

$$\begin{aligned}
M_{ERN}\langle\!|preset_t|\!\rangle = \; & (M_{ERN}(\!|\{p_1\}|\!) \times M_{ERN}(\!|\{p_2\}|\!)) \\
= \; & \{c_1\} \times \{c_2, c_3\} \\
= \; & \{(\{(a,0),(b,1)\},\{(a,0),(b,2)\}), \\
& (\{(a,0),(b,1)\},\{(a,0),(b,1)\})\}
\end{aligned}$$

Disso resulta que:

$$Z = preenv_t \cap M_{ERN}\langle\!|preset_t|\!\rangle = \{(\{(a,0),(b,1)\},\{(a,0),(b,2)\})\} \neq \varnothing$$

O que habilita a transição t. Caso a transição seja disparada ocorrerá a produção de um ambiente c_k em P_3, em que $c_k(a) = c_1(a)$ e $c_k(b)$ deve estar entre 0 e 2. Caso seja atribuído o valor 2 para $c_k(b)$ teremos a seguinte atualização de marcação:

$$\begin{aligned}
M'_{ERN} = \; & (M_{ERN} \setminus\!\setminus Z) \mathbin{+\!+} \{(a,0),(b,2)\} \\
= \; & (\{(p_1,c_1),(p_2,c_2),(p_2,c_3)\} \setminus\!\setminus \{(\{(a,0),(b,1)\},\{(a,0),(b,2)\})\}) \\
& \qquad \mathbin{+\!+} \{(a,0),(b,2)\} \\
= \; & \{(p_2,c_3)\} \mathbin{+\!+} \{(a,0),(b,2)\} \\
= \; & \{(p_2,\{(a,0),(b,1)\}),(p_3,\{(a,0),(b,2)\})\}
\end{aligned}$$

4.2 ERN Temporizada - TERN

São obtidas com o acréscimo de uma variável k, no domínio do tempo, em cada ambiente da rede. O valor de k é dado pelo *timestamp* da criação do ambiente. Então:

$$k \in VAR$$
$$ENV \stackrel{def}{=} \{f \in VAR \nrightarrow VAL \cup \mathbb{T} \mid k \in dom\ f \wedge f(k) \in \mathbb{T}\}$$

A partir disso pode-se definir as seguintes funções:

$$env\text{-}time = e(k)$$
$$min\text{-}time(tupla) = min\{x \bullet x \in \mathbb{T};\ e \in ENV \mid e\ in\ tupla \wedge x = e(k)\}$$
$$max\text{-}time(tupla) = max\{x \bullet x \in \mathbb{T};\ e \in ENV \mid e\ in\ tupla \wedge x = e(k)\}$$

Para essas funções deve ficar claro que $min\text{-}time(tupla)$ corresponde ao menor *timestamp* entre todos os ambientes da tupla, enquanto $max\text{-}time(tupla)$ corresponde ao maior *timestamp*, e é quem marca o início do período de habilitação de disparo.

4.2.1 Axioma 1 - Consistência

Dada a execução de uma instância a da ação α associada a t,

$$a = (enab, t, prod)$$

O valor de k em cada ambiente em *prod* deve ser o mesmo, ou seja, o instante de disparo (*fire-time*) é o mesmo para todos os ambientes criados com a execução da instância da ação α, ou:

$$fire\text{-}time(a) = min\text{-}time(prod) = max\text{-}time(prod)$$

4.2.2 Axioma 2 - Monotonicidade local

O valor de k em cada ambiente produzido pelo disparo de t através de a

$$a = (enab, t, prod)$$

não pode ser menor que o valor de k em todos os ambientes presentes em *enab*.

Assim, se temos o instante de habilitação da transição dada por:

$$enab\text{-}time(a) = max\text{-}time(enab)$$

Então teremos que o disparo da transição não pode ocorrer antes de sua habilitação, ou seja:

$$fire\text{-}time(a) \geq enab\text{-}time(a)$$

4.2.3 Axioma 3 - Monotonicidade da sequência

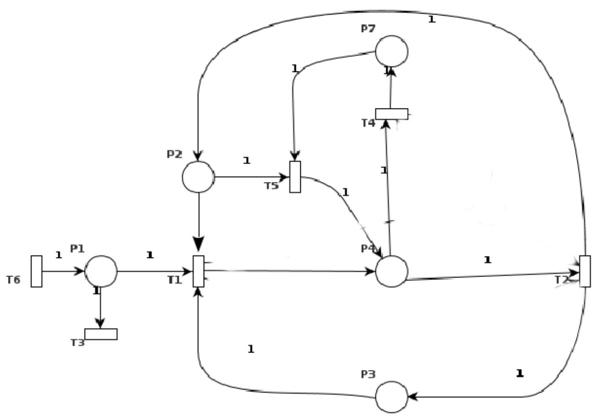
Dada a sequência de disparos

$$S = \langle a_1, a_2, ..., a_i, ..., a_j, ...\rangle$$

Temos que

$\forall\, i, j \in \mathbb{N}_1 \bullet a_i, a_j \in ran\ S \wedge i \leq j \Rightarrow \mathit{fire\text{-}time}(a_i) \leq \mathit{fire\text{-}time}(a_j)$

Exemplo: Considere o sistema de produção anteriormente modelado por uma TBN. Um modelo para o mesmo sistema, agora usando TERN é o seguinte:



Para essa rede usaremos as seguintes variáveis, além do tempo k:

- $st \rightarrow$ início do processamento;
- $fl \rightarrow$ instante de ocorrência de falha;
- $rp \rightarrow$ instante em que se faz a troca;
- $pr \rightarrow$ identificador do processador.

Desse modo:

$VAR : \{k, st, fl, rp, pr\}$

$VAL = \mathbb{T} \cup PID$, em que:

$k, st, fl, rp : \mathbb{T}$

$pr : PID$

$PID := processor_1 \mid processor_2$

Temos ainda:

$ENV = (\{k, st, rp, fl\} \times \mathbb{T}) \cup (\{pr\}xPID)$

Definição de presets e postsets:

Transição	preset	postset
t_1	$\{P_1, P_2, P_3\}$	$\{P_4\}$
t_2	$\{P_4\}$	$\{P_2, P_3\}$
t_3	$\{P_1\}$	$\{\varnothing\}$
t_4	$\{P_4\}$	$\{P_5\}$
t_5	$\{P_2, P_5\}$	$\{P_4\}$
t_6	$\{\varnothing\}$	$\{P_1\}$

Considerando agora as restrições apresentadas no capítulo anterior, podemos definir as ações α_{t_i}. Assim, examinando primeiro os casos mais simples, vemos que para a transição t_6 existe apenas a geração de um ambiente em P_1, enquanto para t_3 temos apenas o consumo de um ambiente vindo de P_1. Para essas transições temos:

$$\alpha_6 = \{(e_{xx}, e_1) \mid e_1(k) = \mathit{fire\text{-}time}\ (t_6)\}$$

$$\alpha_3 = \{(e_1, e_2) \mid e_2(k) \geq e_1(k) + T3\}$$

Deve-se observar que para α_3 acrescentamos o ambiente e_2 para que fosse possível determinar que a transição não seja disparada antes de $T3$ unidades de tempo.

Examinando agora o início da produção, dado por t_1, vemos que o início da produção pode ocorrer apenas após $T4$ u.t. da liberação de uma máquina e no máximo até $T3$ u.t. da chegada dos insumos para produção. Então temos:

$$\begin{aligned}\alpha_1 = \{((e_1, e_2, e_3), e_4) \mid\ & e_1(k) < e_4(k) < e_1(k) + T3 \ \wedge\ e_4(k) \geq e_3(k) + T4 \\ & \wedge\ e_4(st) = e_4(fl) = e_4(fl) = e_4(rp) = e_4(k)\ \wedge\ e_4(pr) = e_2(pr)\}\end{aligned}$$

As transições envolvidas com os procedimentos para o tratamento de falha de uma máquina fazem a manipulação do tempo necessário para a troca, evitando a necessidade de manutenção de lugares para armazenar a informação sobre os instantes de falha e de troca da máquina. As ações para essas transições ficam assim:

$$\begin{aligned}\alpha_4 = \{(e_4, e_5) \mid\ & e_4(k) \leq e_5(k) \leq e_4(k) + T1\ \wedge\ e_5(fl) = e_5(k) \\ & \wedge\ e_5(st) = e_4(st)\ \wedge\ e_5(pr) = e_4(pr)\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_5 = \{((e_2, e_5), e_4) \mid\ & e_4(k) > e_5(k)\ \wedge\ e_4(rp) = e_4(k)\ \wedge\ e_4(fl) = e_5(fl) \\ & \wedge\ e_4(st) = e_5(st)\ \wedge\ e_4(pr) = e_2(pr)\}\end{aligned}$$

Por fim, a transição t_2 é quem indica o final de produção, após um intervalo entre $T1$ e $T2$ efetivos de produção e $T0 = e_4(st) + e_4(rp) - e_4(fl)$. A ação que define essa condição de tempo é dada por:

$$\alpha_2 = \{(e_4, (e_2, e_3)) \mid e_2(pr) = e_4(pr) \ \wedge \ T0 + T1 \leq e_2(k) \leq T0 + T2 \\ \wedge \ e_3(pr) = e_4(pr) \ \wedge \ e_3(k) = e_2(k)\}$$

4.3 Semânticas para disparo de transições

Em sistemas de tempo-real é importante modelar a ordem em que determinados eventos ocorrem. Isso, em PN, TBN ou TERN significa determinar a ordem na execução (disparo) de determinadas transições, como visto na definição de transições semanticamente fortes e fracas em TBNs. Em TERNs isso pode ser feito pela definição de uma semântica tanto para a sequência de disparos, como para as transições propriamente ditas. Examinamos aqui apenas a semântica baseada em disparos.

4.3.1 Semântica baseada em sequência de disparos

Dada uma transição t e um conjunto *enab* de ambientes que a habilita, temos que o disparo pode ocorrer em qualquer instante em que *enab* é verdade, possivelmente com descontinuidades ao longo do período de disparo. O conjunto de intervalos em que a transição pode ser disparada é dado, então, por:

$$\textit{act-time}(t, \textit{enab}) = \{x \bullet x \in \mathbb{T};\ \textit{prod} \in \textit{ENV}^{h_t} \mid (\textit{enab}, \textit{prod}) \in \alpha_t \\ \wedge\ x = \textit{fire-time}(\textit{enab}, t, \textit{prod})\}$$

Assim podemos entender *act-time* como a definição dos instantes em que α_t pode ser aplicada, ou seja, os instantes em que t pode ser disparada. Como aqui esses instantes não são, necessariamente, contínuos, o final do último desses intervalos define a expiração da habilitação da transição por uma dada tupla habilitadora, ou seja:

$$\textit{exp-time}(t, \textit{enab}) \stackrel{def}{=} \begin{cases} \textit{max}(\textit{act-time}(t, \textit{enab})), & \text{se o último intervalo} \\ & \text{em } \textit{act-time} \text{ for finito;} \\ \infty, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A noção de deadline introduzida para valores finitos de *exp-time* permite definir o conceito de sequência forte de disparos, em que todas transições habilitadas devem, em algum momento antes de *exp-time*, disparar. Assim, uma sequência ordenada de disparos $S = \langle a_1, a_2, ..., a_n \rangle$ é forte quando atende o Axioma 4.

4.3.2 Axioma 4 - Sequência forte de disparo

Para todo $0 \leq i < n$ e toda transição t habilitada em $M_{TERN,i}$, por qualquer $enab$, o último instante de expiração da ação α_t deve ser maior ou igual ao instante de disparo do disparo $a\_i + 1$.

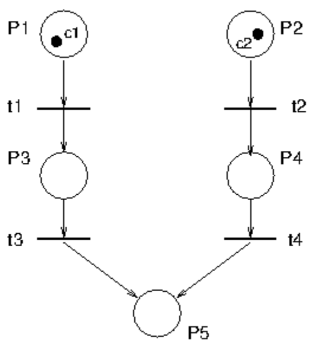
$$\begin{aligned} &\forall\, i \in \mathbb{N};\ t \in \mathbb{T} \bullet 0 \leq i < n \Rightarrow \forall\, enab \in ENV^{k_t} \bullet \\ &\quad (enab \in (preenv_t \ \cap \ M_{TERN,i} (\!| preset_t |\!)) \Rightarrow \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad fire\text{-}time(a_{i+1}) \leq exp\text{-}time(t, enab))) \end{aligned}$$

Esse axioma basicamente diz que se uma transição está habilitada, então seu disparo deverá acontecer antes de seu tempo de expiração. Isso pode ser constatado ao verificar que se a sequência de disparos é ordenada, então o instante de disparo de a_{i+1} ocorre depois do disparo de a_i. Como $fire\text{-}time(a_{i+1}) \leq exp\text{-}time(t, enab)))$, então o disparo de a_i ocorreu antes da expiração de sua habilitação.

4.3.3 Construção de uma TERN semanticamente forte

O axioma 4 diz apenas que o disparo de uma transição deve ocorrer, caso a sequência de disparos seja semanticamente forte. A questão passa a ser então como garantir que uma TERN será semanticamente forte. Isso significa, na prática, mudar o controle local de disparo das transições para um controle global, ou seja, tirar em parte o não-determinismo sobre que transição será disparada. Esse controle global pode ser obtido pela criação de um lugar centralizador, ou de arbitragem (ARB), que fará parte dos *presets* e *postsets* de todas as transições da rede. Nesse lugar se coloca um ambiente, que armazenará os valores de timestamps dos demais lugares da rede. O processo de construção fica mais claro através do próximo exemplo.

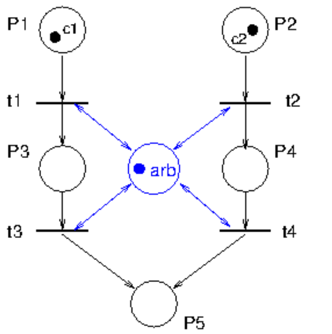
Exemplo
Dada a TERN, cujos ambientes apenas tratam a variável k:



Em que as ações associadas a cada transição são dadas por:

$\alpha_1 = \{(e_1, e_2) \mid e_1(k) \leq e_2(k)\}$
$\alpha_2 = \{(e_1, e_2) \mid e_1(k) \leq e_2(k)\}$
$\alpha_3 = \{(e_1, e_2) \mid e_1(k) + 10 \leq e_2(k) < e_1(k) + 15\}$
$\alpha_4 = \{(e_1, e_2) \mid e_1(k) + 3 \leq e_2(k) < e_1(k) + 6\}$

É possível transformá-la numa TERN forte através da adição do lugar ARB, como em:



$VAR = \{k\} \cup \{P_{i\text{-}time} \mid i \in 1..5\}$
onde $P_{i\text{-}time} : \mathbb{T};\ i \in 1..5$

Agora as ações podem ser redefinidas de modo a incluir o ambiente arb, ficando assim:

$$\alpha_1 = \{((e_1, e_{arb}), (e_2, e'_{ARB})) \mid max\{e_1(k), e_{arb}(k)\} \leq e_2(k) \leq e_{arb}(P_{4\text{-}time}) + 6 \\ \wedge\ e'_{arb} \oplus \{k \mapsto e_2(k), P_{1\text{-}time} \mapsto \infty, P_{3\text{-}time} \mapsto e_2(k)\}\}$$

$$\alpha_2 = \{((e_1, e_{arb}), (e_2, e'_{ARB})) \mid max\{e_1(k), e_{arb}(k)\} \leq e_2(k) \leq e_{arb}(P_{3\text{-}time}) + 15 \\ \wedge\ e'_{arb} \oplus \{k \mapsto e_2(k), P_{2\text{-}time} \mapsto \infty, P_{4\text{-}time} \mapsto e_2(k)\}\}$$

$$\alpha_3 = \{((e_1, e_{arb}), (e_2, e'_{ARB})) \mid \\ max\{e_1(k) + 10, e_{arb}(k)\} \leq e_2(k) < min\{e_1(k) + 15, e_{arb}(P_{4\text{-}time}) + 6\} \\ \wedge\ e'_{arb} \oplus \{k \mapsto e_2(k), P_{3\text{-}time} \mapsto \infty, P_{5\text{-}time} \mapsto e_2(k)\}\}$$

$$\alpha_4 = \{((e_1, e_{arb}), (e_2, e'_{ARB})) \mid \\ max\{e_1(k) + 3, e_{arb}(k)\} \leq e_2(k) < min\{e_1(k) + 6, e_{arb}(P_{3\text{-}time}) + 15\} \\ \wedge\ e'_{arb} \oplus \{k \mapsto e_2(k), P_{2\text{-}time} \mapsto \infty, P_{4\text{-}time} \mapsto e_2(k)\}\}$$

Nessas ações o operador $\oplus$ representa a sobrescrita de um ambiente com os valores dados nos mapeamentos descritos.

É importante observar que a alteração dos valores de $P_{i\text{-}time}$ a cada ação disparada fazem com que os intervalos de habilitação de cada transição sejam transformados. Isso faz com que o seu disparo passe a ser determinado pelos novos intervalos de habilitação e, consequentemente, se torna possível controlar a ordem de disparo desejada.