

Chapter 2

Redes de Petri - Uma rápida revisão

Um dos desafios em STR é determinar como as várias tarefas que compõem um sistema se relacionam e interagem. Isso significa determinar suas durações, deadlines e condições de habilitação para execução, de modo a garantir o funcionamento correto e eficiente do sistema. Uma possível técnica para isso é a modelagem do sistema através de redes de Petri.

2.1 Redes de Petri (PN)

Elementos de uma PN:

Uma PN é um grafo bipartido dirigido, em que um dos conjuntos de vértices é representado por lugares e o outro por transições. As arestas do grafo representam arcos, com pesos. A execução do sistema representado por uma PN é definida por marcações ou tokens. Resumidamente temos:

- Lugares (P);
- Transições (T);
- Arcos de entrada (i);
- Arcos de saída (o);
- Pesos (W);
- Marcas (M) (tokens);

Assim, uma PN é definida por: $PN = (P, T, i, o, W, M)$ e $M : P \rightarrow N$ em que a tupla (P, T, I, o, W) representa a parte invariante da rede e M é variante

Exemplo: $PN = (\{P_1, P_2\}, \{t\}, i, o, W, M)$



2.1.1 PN na modelagem de sistemas

Um sistema pode ser modelado por uma PN através do mapeamento dos elementos da rede aos parâmetros característicos do sistema. Assim temos:

- i. Lugares: representam condições potenciais do sistema (predicados) na descrição de um estado);
- ii. Transições: representam os possíveis eventos do sistema (ações sobre seu estado);
- iii. Arcos de entrada: relacionam eventos com suas pré-condições necessárias para sua ocorrência;
- iv. Arcos de saída: relacionam eventos com as pós-condições geradas por sua ocorrência;
- v. Marcas: indicam a satisfação (ou não) de uma dada condição;
- vi. Disparo (ou execução): indica a ocorrência do evento associado à transição disparada;
- vii. Marcação: representa o estado atual do sistema;
- viii. Marcação Inicial: é o estado inicial do sistema;
- ix. Mudança de marcação: representa a transformação no estado do sistema na ocorrência de algum disparo.

2.1.2 Modelo de execução de uma PN

A evolução no estado de um sistema modelado por uma PN é dada pela sequência de disparo de transições habilitadas. Uma transição está habilitada se e somente se:

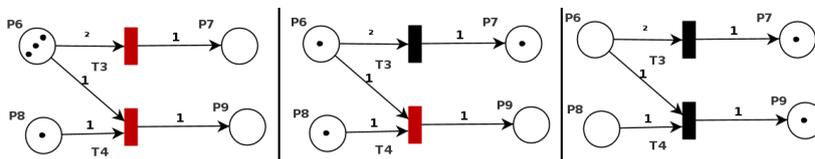
- todo lugar de entrada p , que não esteja associado a um arco inibidor, tenha pelo menos $W((p, t))$ tokens;
- todo lugar de entrada p , que esteja associado a um arco inibidor, tenha zero tokens;

O disparo de uma transição altera o valor de uma marcação (e o estado do sistema) obedecendo às seguintes regras:

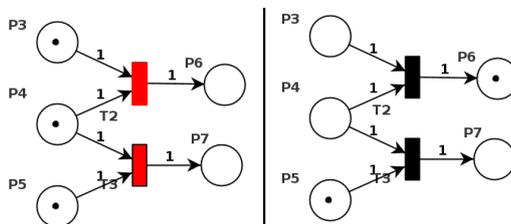
- somente transições habilitadas podem disparar;
- com o disparo de t temos que $W((p_i, t))$ tokens são removidos de cada lugar de entrada p_i , e $W((p_o, t))$ tokens são criados em cada lugar de saída p_o ;
- o disparo de t é instantâneo e completo em relação ao item *ii*), sendo não-determinístico se existirem duas ou mais transições habilitadas.

2.1.3 Situações de disputa para disparo

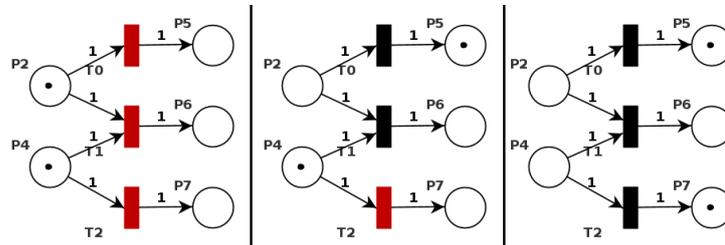
- Concorrência:** duas transições são concorrentes se estão habilitadas e o disparo de uma não desabilita a outra;



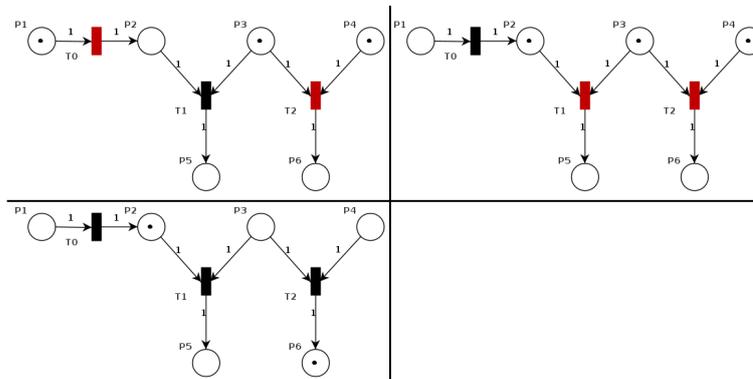
- Conflito:** duas Transições estão em conflito se estão habilitadas e o disparo de uma desabilita a outra. O lugar que “causa” o conflito é chamado de ponto de decisão;



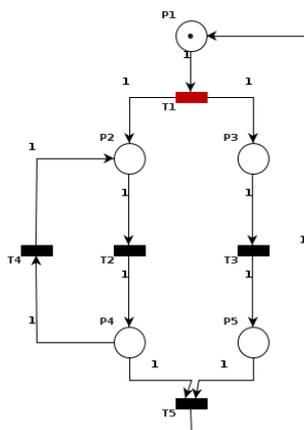
- Confusão simétrica: ocorre quando o disparo de uma terceira transição altera a situação de disputa entre duas transições;



- Confusão assimétrica: ocorre quando duas transições passam a ter uma situação de disputa após o disparo de uma terceira transição;



Exemplo: Considerando a PN a seguir identifique as situações de disputa.



- Concorrência: (t2, t3)
- Conflito: (t3, t4) e (t4, t5)
- Confusão assimétrica: (t1, t2, t3) e (t2, t4, t5)

2.1.4 Tipos clássicos de PN

- Lugar-Transição
Os tokens em um lugar representam uma condição e o número de tokens indica contagem ou capacidade;
- Evento-condição
Cada lugar pode ter no máximo um token, indicando a satisfação, ou não, de uma condição. É um caso especial de redes lugar-transição;
- Evento-Predicado
Generalizam os tipos anteriores, permitindo que tokens possam ser diferenciados. As condições são predicados relacionados aos tokens. Redes de Petri coloridas são desse tipo.

Exercício - Modelar um sistema do tipo produtor-consumidor com buffer de cinco posições usando PN.

2.1.5 Propriedades de PN

- Alcançabilidade: uma marcação M_n é alcançável a partir de M_0 se $n = 0$ ou existe uma sequência de disparos $s = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ alterando o valor da marcação até atingir M_n ;
- Redes limitadas: uma PN é limitada se o número de tokens em cada lugar p é limitado. Ela é K -limitada se para $k \in N$ toda $M(p) \leq k$;
- Redes seguras: são redes 1-limitadas. É fácil ver que redes evento-condição são seguras;
- Vivacidade: uma PN é viva se para toda marcação M , atingível a partir de M_0 , é possível eventualmente disparar toda transição em alguma marcação M' atingível a partir de M ;
- Persistência: uma PN é persistente se para todo par de transições habilitadas, o disparo de uma não desabilita a outra, isto é, são redes livres de conflito (*conflict-free nets*);
- Justiça: diz respeito ao possível disparo de uma transição qualquer, podendo-se definir:

- i) Justiça mútua entre transições: duas transições são justamente limitadas se existe um limite superior no número de disparos de uma sem o disparo da outra;
- ii) Justiça global em sequência de disparos: Uma sequência de disparos S é globalmente justa se toda transição aparecer frequentemente em S ;
- iii) Justiça global em redes: Uma rede é globalmente justa se toda sequência de disparos a partir de M_0 for globalmente justa.