



Grafos – Parte 3

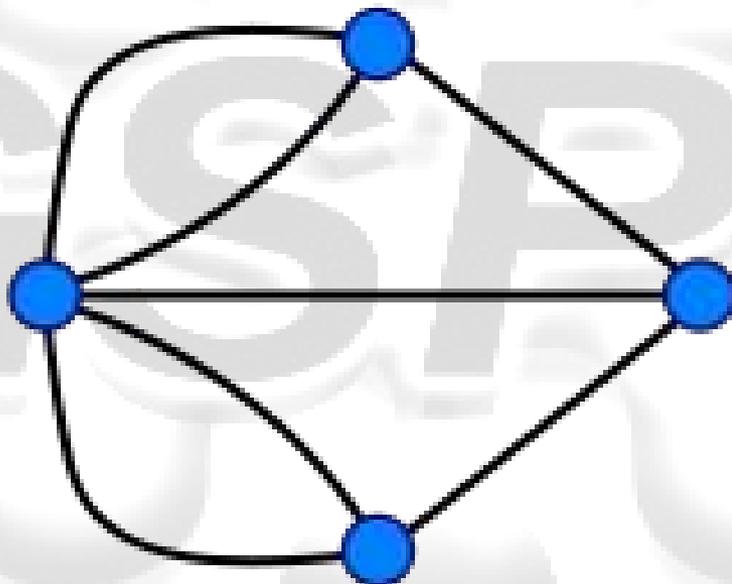


Fluxos em redes

- Uma rede é um dígrafo em que existe um vértice fonte e um vértice escoadouro
- Para cada aresta associa-se uma capacidade de fluxo, dada por $cap(e)$
- Em geral o problema é determinar o máximo fluxo possível entre fonte e escoadouro



Fluxos em redes





Fluxos em redes

- Uma solução para o problema de fluxo máximo é dada pelo algoritmo de Ford-Fulkerson
- Esse algoritmo trabalha com a idéia de cortes longitudinais no grafo
- Um corte separa dois subconjuntos de vértices do grafo



Fluxos em redes

- Capacidade de um corte é definido como a soma das capacidades de todas as arestas que saem de um vértice num dos lados para um vértice do outro lado do corte
- O fluxo máximo numa rede é dado pela capacidade mínima de qualquer corte



Fluxos em redes

- A identificação do caminho de máximo fluxo é feita pela identificação dos cortes de capacidade mínima
- A cada corte identificado deve-se fazer a alocação do caminho de aumento de fluxo, que é uma seqüência de arestas com folga de fluxo



Fluxos em redes

- O algoritmo de Ford-Fulkerson faz isso de forma sistemática
- Para isso usa busca em profundidade, marcando todos os vértices e caminhos com fluxos esgotados



Fluxos em redes

- Edmonds e Karp propuseram uma variante ao algoritmo de Ford-Fulkerson em que se faz a busca em amplitude
- Dinic propôs um algoritmo em que se mistura ambas formas de busca, iniciando em amplitude e depois trabalhando em profundidade



Caminhos

- Existem dois caminhos especiais em grafos, que são:
 - Caminhos eulerianos
 - Ciclos hamiltonianos

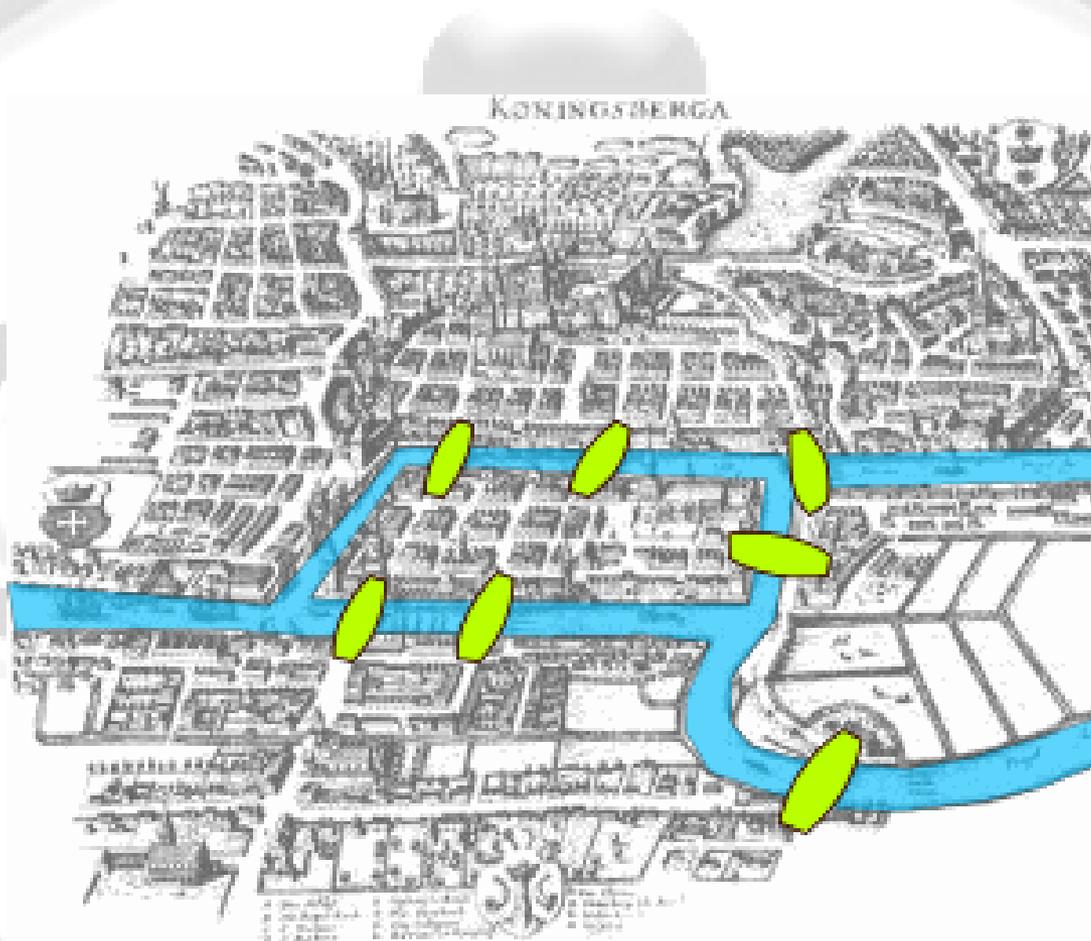


Caminhos Eulerianos

- Um caminho Euleriano é aquele que cruza todas as arestas de um vértice, passando apenas uma única vez em cada aresta
- Seu nome vem de Euler, que primeiro identificou a solução para caminhos dessa forma

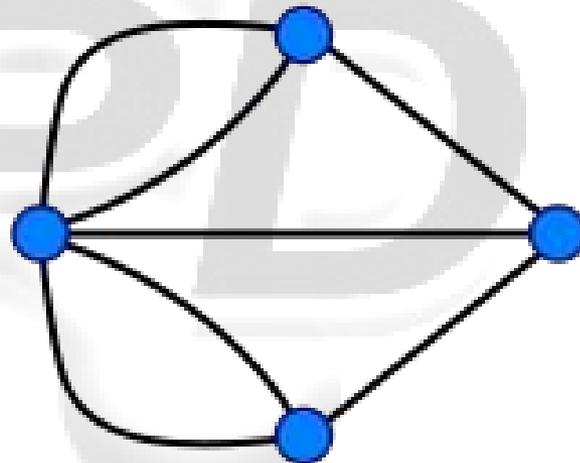
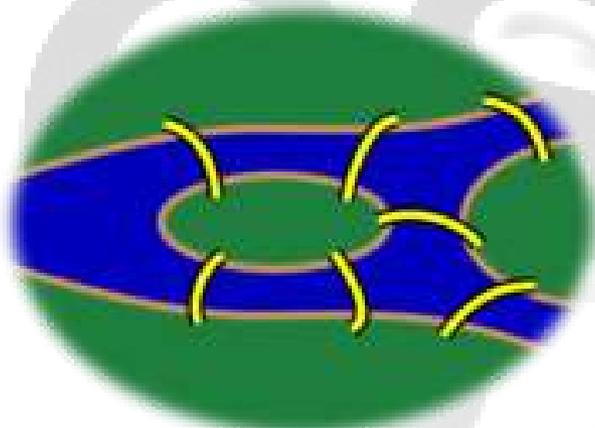


Caminhos Eulerianos





Caminhos Eulerianos





Caminhos Eulerianos

- Um circuito euleriano é um caminho euleriano fechado, isto é, que parte e termina no mesmo vértice
- Euler mostrou que esse circuito existe se todos os vértices possuem número par de arestas incidentes



Caminhos Eulerianos

- Euler mostrou também que se apenas dois vértices possuírem número ímpar de arestas incidentes, então existe um caminho euleriano
- Qualquer outra situação não produzirá um caminho euleriano
- Fleury propôs um algoritmo para encontrar um ciclo euleriano

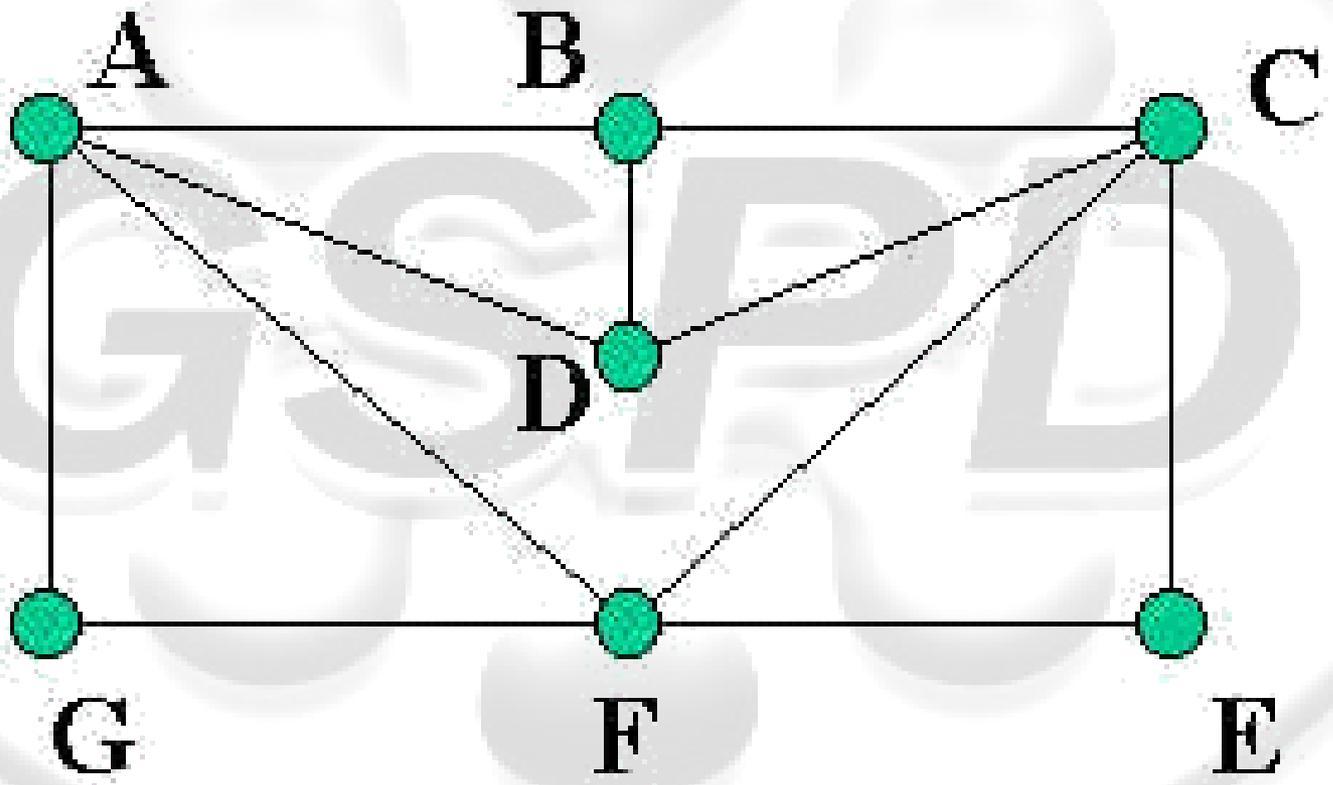


Algoritmo de Fleury

- O algoritmo de Fleury trabalha percorrendo o grafo, eliminando as arestas já percorridas
- Nesse procedimento é preciso cuidar para que nenhuma retirada crie dois grafos desconexos

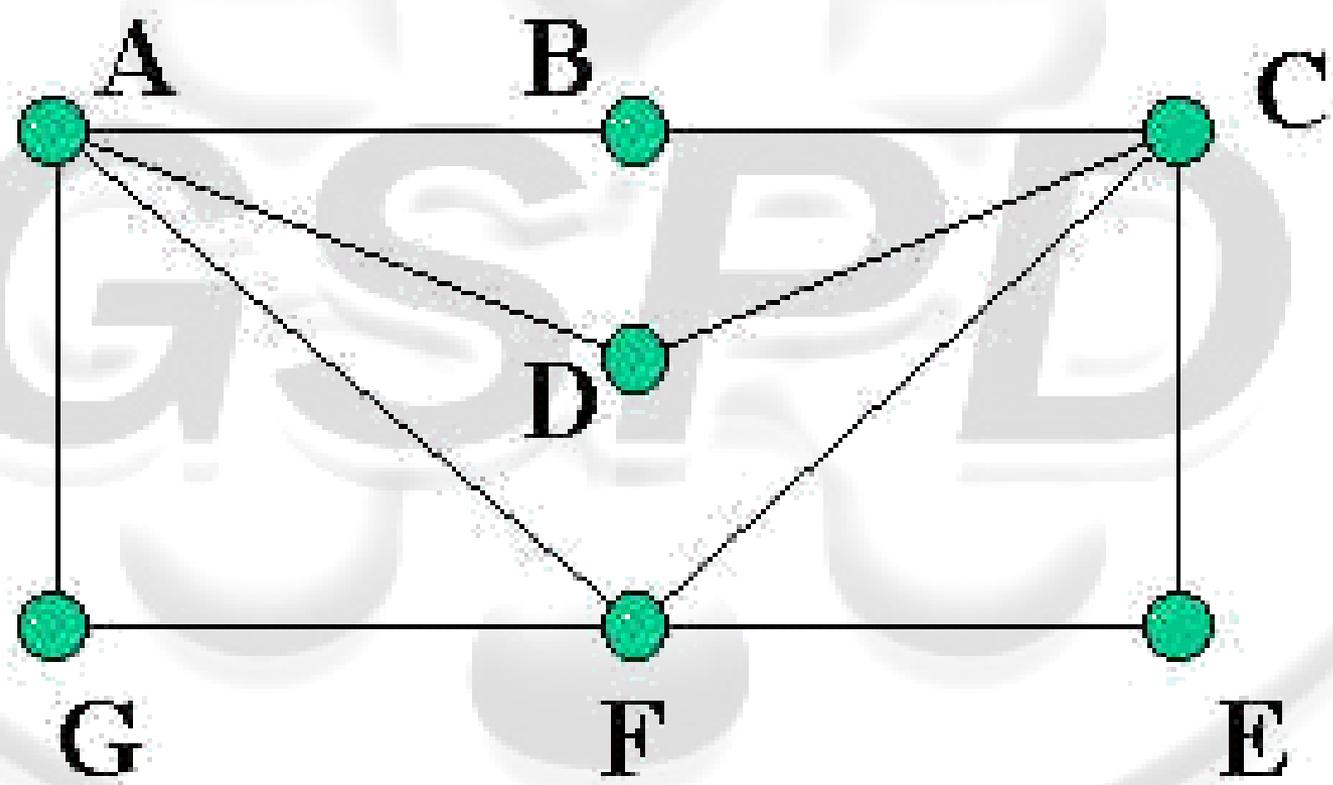


Caminhos





Caminhos





Caminhos Hamiltonianos

- Um caminho Hamiltoniano (ou ciclo Hamiltoniano) é aquele que parte de um dado vértice e passa por todos os demais vértices até retornar ao inicial
- Uma aplicação muito importante é o chamado problema do caixeiro viajante (traveling salesman problem – TSP), em que se busca o ciclo de menor custo

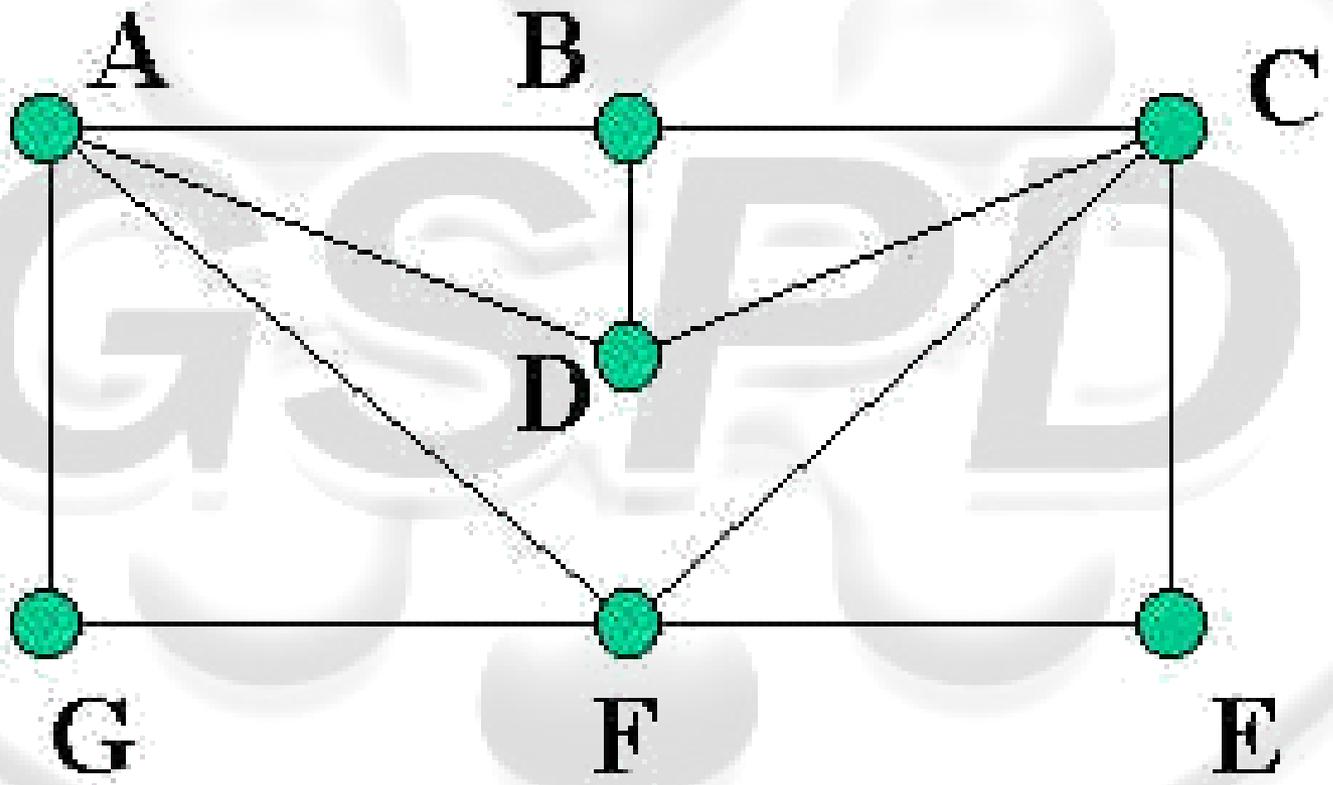


Caminhos Hamiltonianos

- Algoritmo da força bruta é o único que garante solução ótima, porém seu custo computacional é inviável
- Algoritmos aproximados (aresta mais barata, vizinho mais próximo) são mais rápidos porém não garantem a solução ótima



Caminhos





Caminhos

